PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC ROBOT

GV: Th.S Nguyễn Tấn Phúc.

Bộ môn cơ điện tử-ĐHNL-Tp.hcm

NỘI DUNG

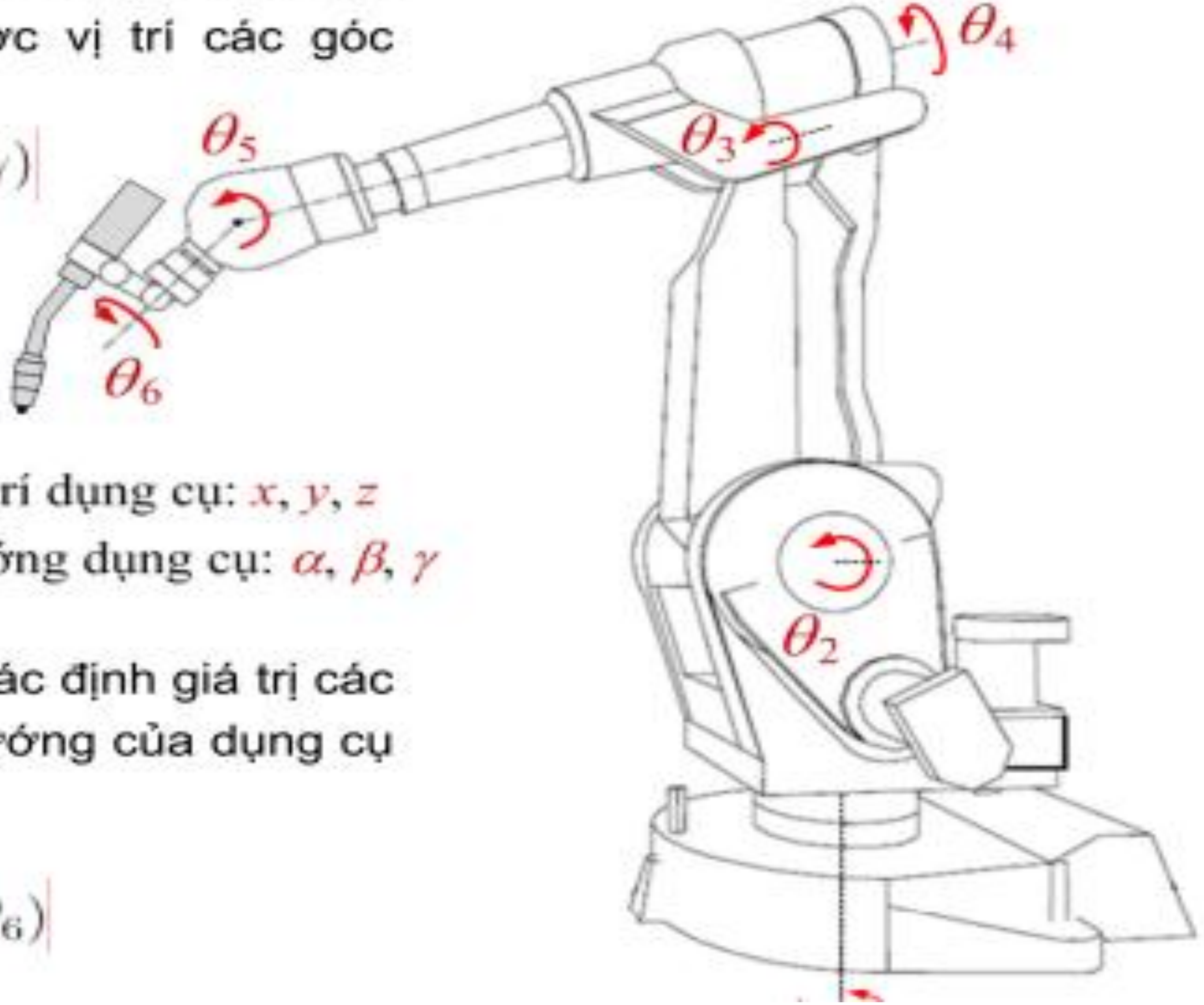
Phân tích động học thuận cho robot.

Phân tích động học nghịch cho robot.

PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC ROBOT

Bài toán động học vị trí thuận là xác định vị trí và hướng của dụng cụ khi biết được vị trí các góc khớp

$$(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_6) \rightarrow (x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$



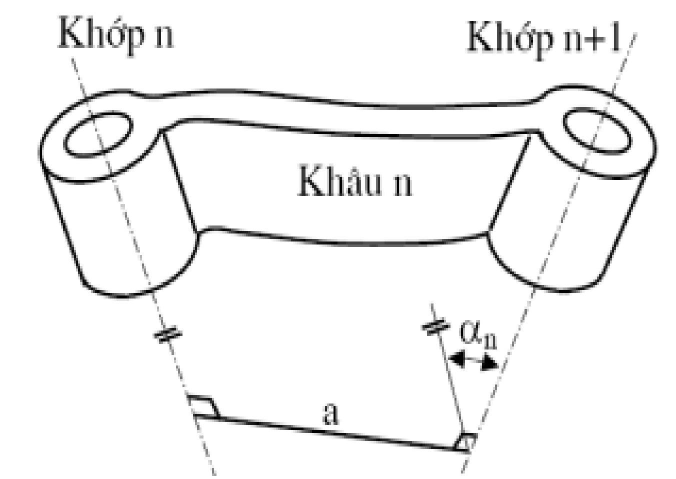
Bài toán động học vị trí ngược là xác định giá trị các biến khớp khi biết được vị trí và hướng của dụng cụ (so với hệ tọa độ gốc)

$$(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \rightarrow (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_6)$$

Đối với robot nối tiếp (chuỗi hở), các khâu được liên kết với nhau thông qua các khớp động (quay/tịnh tiến) .
Nếu mỗi khâu gắn với một hệ trục tọa độ, 2 khâu liên tiếp được thể hiện qua ma trận thuần nhất T.

Để xây dựng được phương trình động học cho robot , ta sử dụng quy tắc Denavit-Hartenberg.(DH).

Bộ thông số D-H chuẩn bao gồm 4 thông số:



1.Độ dài pháp tuyến chung $a_{n.}$ (đường vuông góc chung 2 trục z)
2.Góc giữa trục khớp trong mp vuông góc với pháp tuyến $\alpha_{n.}$
3.Góc quay quanh trục z 1 góc Θ.
4.độ dài tiếp tuyến chung d.(đường vuông góc chung 2 trục ox)

Lưu ý :

- Gốc chuẩn của 1 robot là khâu 0 (cố định). không tính vào số khâu.
- Khâu 1 nối với khớp chuẩn bởi khớp 1,
- ko có khớp ở khâu cuối cùng.

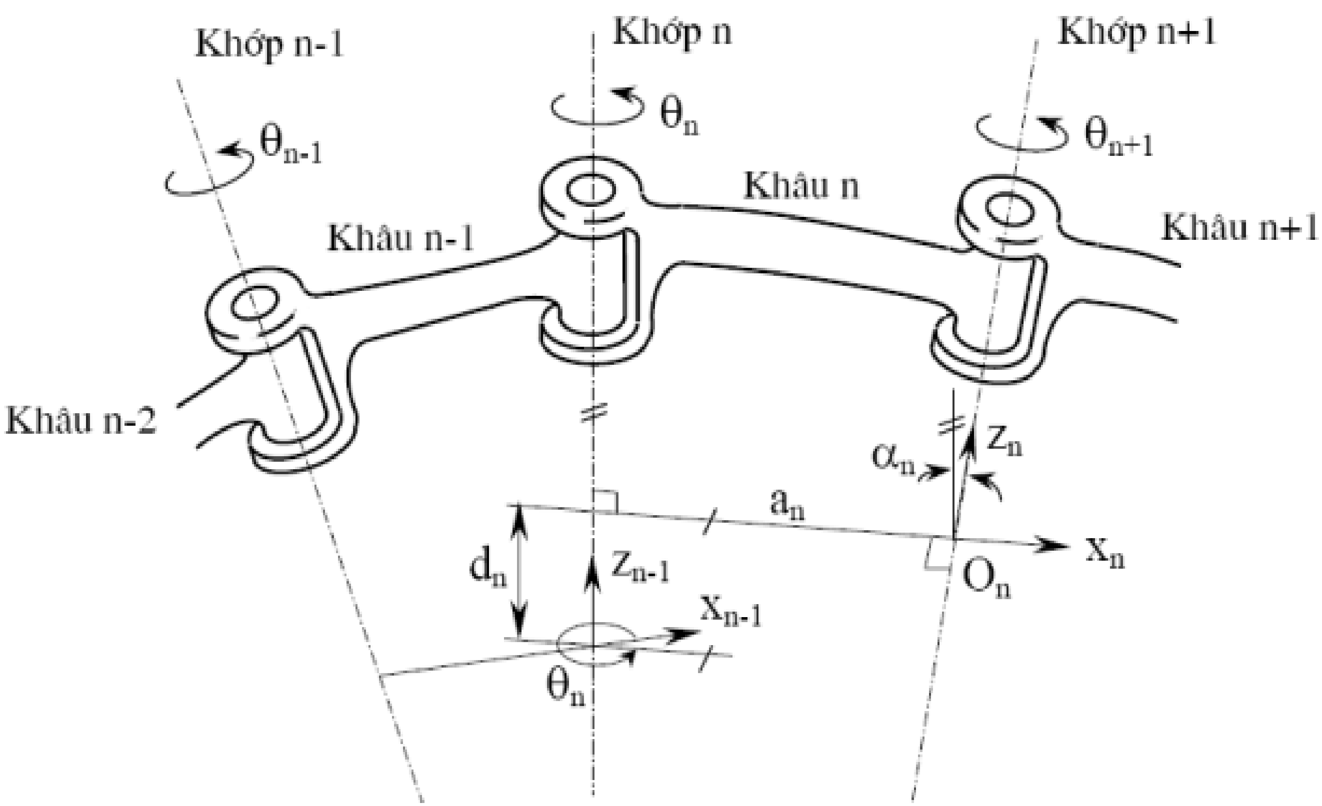
CÁC TRƯỜNG HỢP ĐẶC BIỆT:

+ α_n =0,a_n =const(2 trục khớp song song)

+ /α_n/=90, a_n=const (2 trục khớp vuông góc)

+ α_n =0(180), a_n =0 (2 trục khớp trùng nhau)

+ /α_n/=90, a_n =0 (2 trục khớp cắt nhau và vuông góc nhau)



2 thông số còn lại :

Θ_n : là góc quay khâu n với khâu n-1.

D_n : là khoảng cách giữa 2 khâu n và n-1

Với 4 thông số trên ta có thể định hướng và vị trí mỗi khâu so với khâu trước đó và so với tọa độ gốc.

Nếu khớp nối 2 khâu là khớp quay thì Θ_n là biến khớp(3 thông số còn lại là hằng số).

Nếu khớp là tịnh tiến D_n là biến khớp Θ_n =0; a_n =0; α_n =const.

QUY ƯỚC CHỌN GỐC TỌA ĐỘ CHO ROBOT:

1. chọn gốc tọa độ:
2. Gốc của khâu thứ n nằm trên đường tâm của trục khớp thứ (n+1) và giao điểm đường pháp tuyến chung a_n .
3. Nếu 2 trục cắt nhau thì gốc tại điểm cắt đó, nếu 2 trục song song thì O_n nằm ở vị trí nào để thuận tiện cho quá trình tính toán.
4. Chọn trục Z_n : **trục Z_n nằm dọc theo trục khớp thứ n+1.**
5. Trục X_n : **nằm pháp tuyến chung (đường vuông góc chung) hướng từ trục khớp n đến trục khớp n+1.**
6. Nếu 2 trục khớp cắt nhau thì $\vec{x}_n = \vec{z}_n . \vec{z}_{n+1}$
7. Góc quay cùng chiều KĐH : dương , ngược KĐH: âm

Tóm lại:

$+\ \alpha_n = 0, a_n = \text{const}$(2 trục khớp song song)

$+\ |\alpha_n| = 90, a_n = \text{const}$ (2 trục khớp vuông góc)

$+\ \alpha_n = 0(180), a_n = 0$ (2 trục khớp trùng nhau)

$+\ |\alpha_n| = 90, a_n = 0$ (2 trục khớp cắt nhau và vuông góc nhau)

Xác định a_n , α_n : căn cứ vào khớp thứ n+1.

- α_n : góc quay quanh trục x.(trục z đổi hướng).
- . a_n : khoảng cách 2 trục z.
- . d: khoảng cách 2 trục x.
- . Θ_n : góc quay quanh trục z.

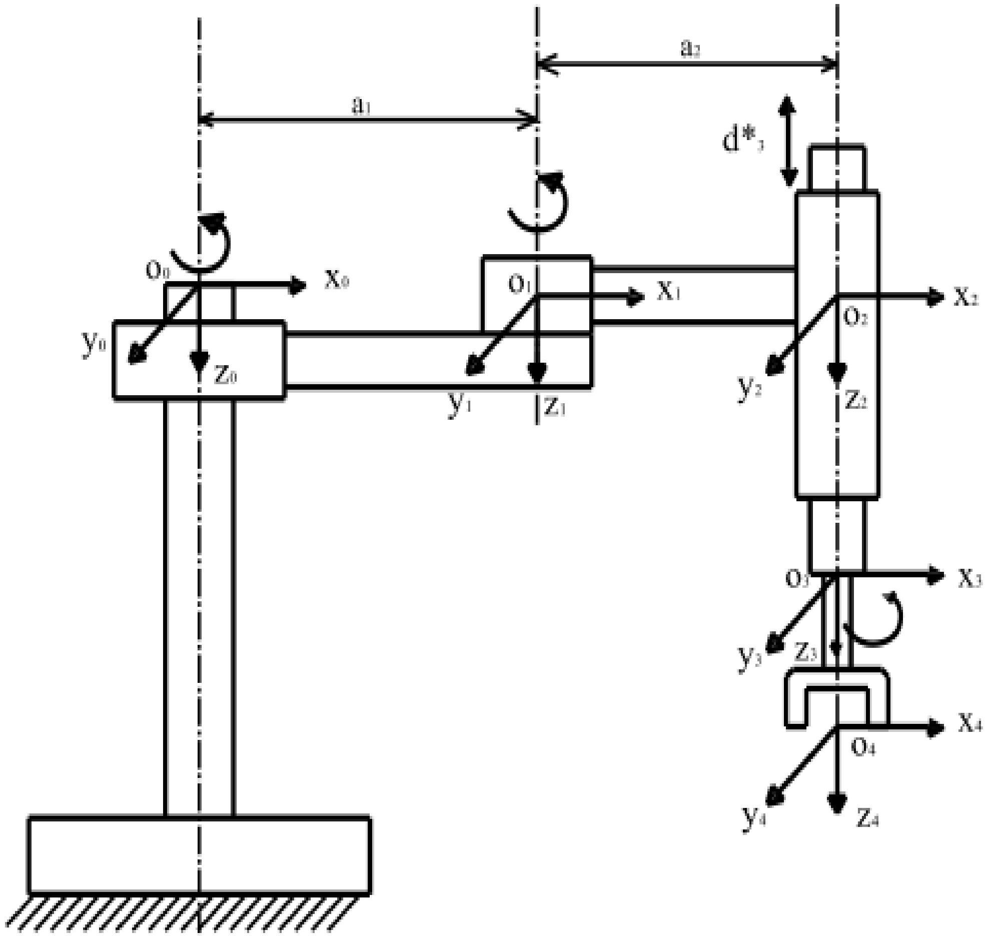
Xác định d_n, θ_n: căn cứ vào khớp thứ n.

Khớp là tịnh tiến :D_n là biến khớp - Θ_n =0; a_n =0; α_n =const.

Khớp là khớp quay :Θ_n là biến khớp- (3 thông số còn lại là hằng số)

MỘT SỐ VÍ DỤ

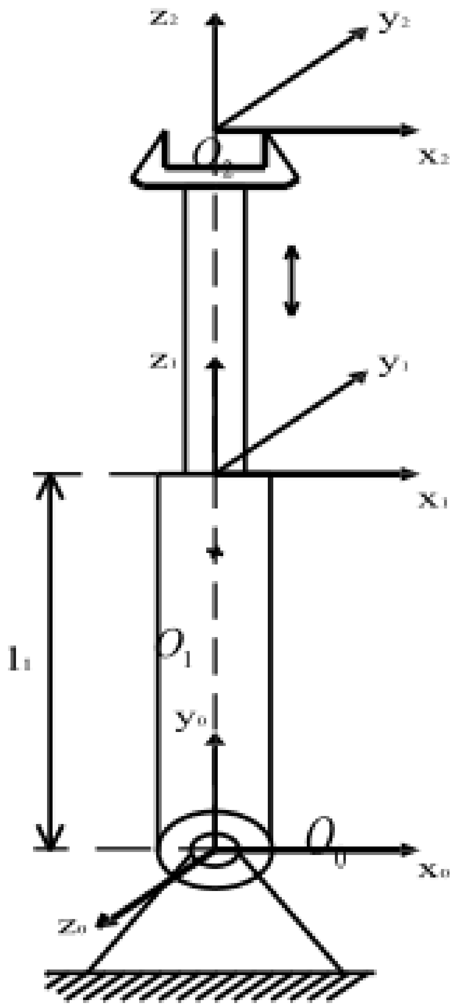
SCARA ROBOT



Khớp	a	α	θ	d
0-1	a1	0	θ_1	0
1-2	a2	0	Θ_2	0
2-3	0	0	0	d

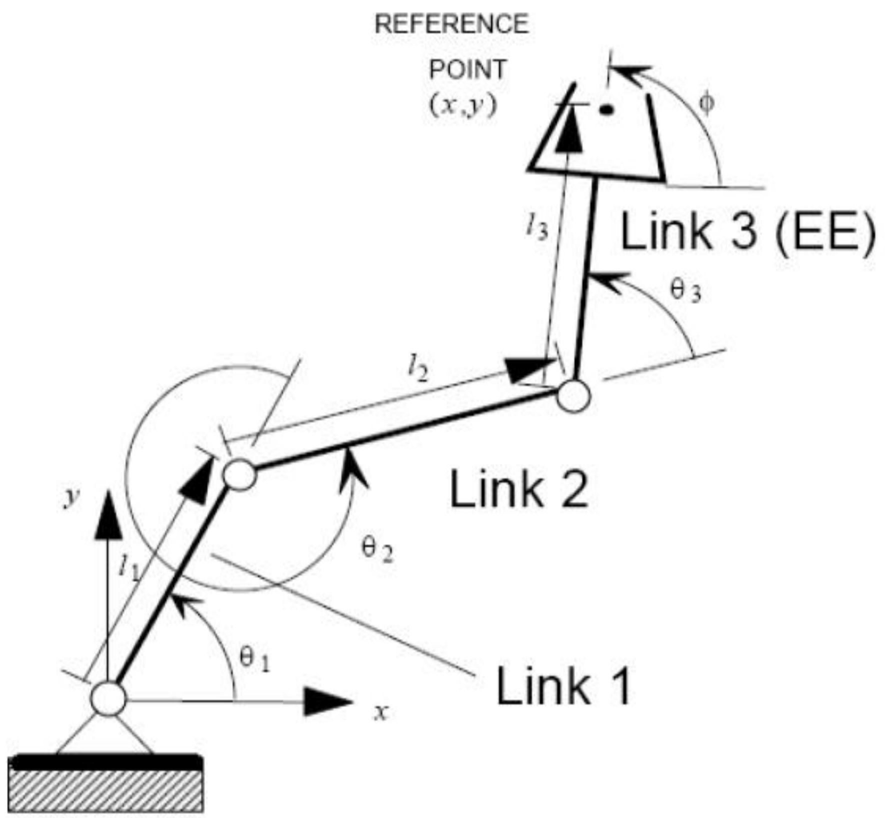
ROBOT 2 KHỚP XOAY-TỊNH TIẾN RT

Khớp	a	α	θ	d
1	0	90	θ1	l1
2	0	0	0	d



ROBOT 3 KHÂU XOAY RRR- ĐỒNG PHẲNG

khâu	a	α	θ	d
1	l1	0	θ1	0
2	l2	0	θ2	0
3	l3	0	θ3	0



Ý nghĩa của bộ thông số DH:

Giúp ta xác định vị trí và hướng của 1 khâu so với khâu trước nó và so với hệ tọa độ gốc.

Nếu khớp nối hai khâu là khớp quay thì θ_n là biến khớp (3 thông số còn lại là hằng số)

Nếu khớp nối là tịnh tiến thì d_n là biến khớp :(θ_n =0, a_n =0, α_n =const)

Căn cứ vào ma trận DH, ta lưu ý các phép biến đổi sau:

- Quay quanh truc oz một góc theta.
- Tịnh tiến dọc trục z 1 đoạn d.
- Quay quanh trục ox một góc alpha.
- Tịnh tiến theo trục 0x một đoạn a.

$$Rot(z,\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$H_2=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & d\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$H_1=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & a\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$Rot(x,\theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$A_i = R\,(z,\,\theta_i).\,T_p(0,0,d_i).\,T_p(a_i,0,0).\,R\,(x,\,\alpha_i)$$

$$A_i=\begin{bmatrix}\cos\theta_i & -\cos\alpha_i\sin\theta_i & \sin\alpha_i\sin\theta_i & a_i\cos\theta_i\\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i\cos\theta_i & -\sin\alpha_i\cos\theta_i & a_i\sin\theta_i\\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Ma trận A_i được gọi là ma trận chuyển đổi thuần nhất, nó có dạng : $A_i=\left[\begin{array}{c|c}R_i & p_i\\ \hline 0 & 1\end{array}\right]$ với R_i là ma trận quay *3* x *3* và p_i là vectơ tịnh tiến *3* x *1*.

Đối với khớp tịnh tiến thì θ_i=a=0 nên:

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vậy, A_1 là ma trận mô tả hướng và vị trí của hệ toạ độ gắn trên *khâu thứ nhất so với hệ toạ độ gốc.*

Tương tự cho A_2 , là ma trận mô tả mối quan hệ về hướng và vị trí của *hệ toạ độ thứ hai so với hệ toạ độ gắn trên khâu thứ nhất.*

Nếu một Robot có 6 khâu thì :

$T_6=A_1A_2A_3\,A_4A_5A_6$.

T_6 được gọi là ma trận vector cuối , mô tả hướng và vị trí của hệ toạ độ gắn lên khâu chấp hành cuối so với hệ toạ độ gốc.

$$T_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

+ $\vec{a}$: Vector có hướng mà theo đó bàn tay sẽ tiếp cận đến đối tượng.

+ $\vec{o}$: Vector có hướng theo đó các ngón tay cầm nắm hay thả đối tượng.

+ $\vec{n}$: Vector pháp tuyến của $\vec{o}$ và $\vec{a}$: $\vec{n} = \vec{o}.\vec{a}$

$$^{n-1}T_n = \prod_{i=1}^{n} A_i$$

Với : $^{2}T_3 = A_3$

$^{1}T_3 = A_2 A_3$

CÁC BƯỚC VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC CHO ROBOT

1. Bước1: Chọn hệ toạ độ cơ bản và gán các hệ toạ độ trung gian khác :

+ Giả định vị trí ban đầu của Robot, là vị trí các biến khớp thường bằng 0

+ Chọn gốc hệ toạ độ O_0, O_1…

+ Chọn trục $Z_{0,}$ $_{Z}1_{\dots}$ theo nguyên tắc chung.

+ Chọn các trục x_0, x_1 …

Vì ma trận $A_i = R(z, \theta_i).\ T_p(0, 0, d_i).\ T_p(a_i, 0, 0).\ R(x, \alpha_i)$ nên trục x_{n-1} chính là trục quay z_{n-1} thành trục Z_n :

Trong quá trình gắn htd thì khi xuất hiịen các phéop biến đổi : Trans(0.y,0) và Rot(y,theta) thì vị trí giả định ban đầu là không đúng, cần thay đổi vị trí mới.

2. Bước 2: Lập bảng thông số DH.

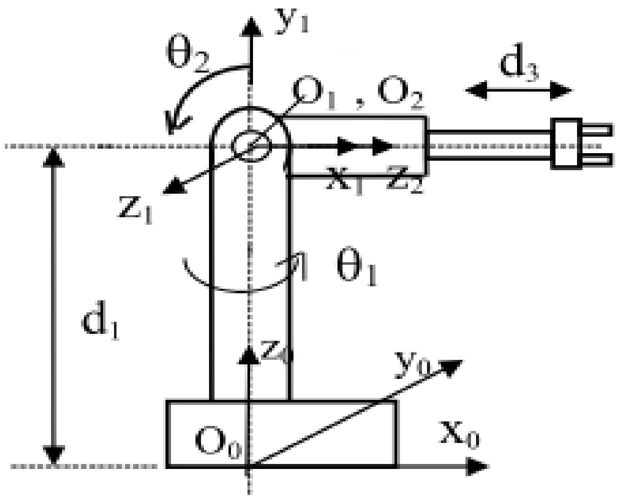
3. Bước 3: Xác định các ma trận A_i

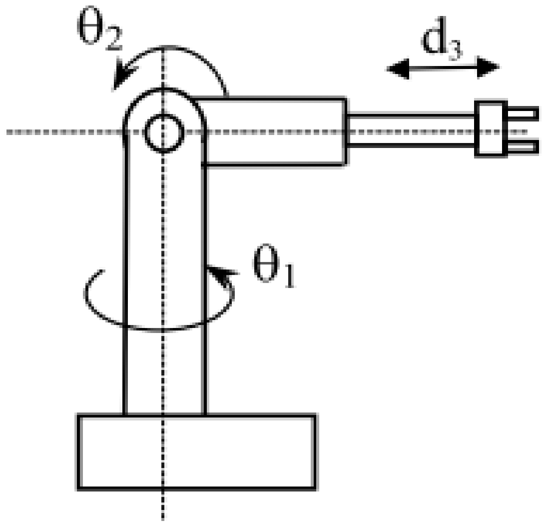
4. Bước 4: Tính các ma trận T từ ngọn tới gốc. $T_4=A_1A_2A_3A_4$

Tính ngược từ sau ra trước (Thông thường)

5. Bước 5: Viết phương trình động học Robot

LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC CHO ROBOT





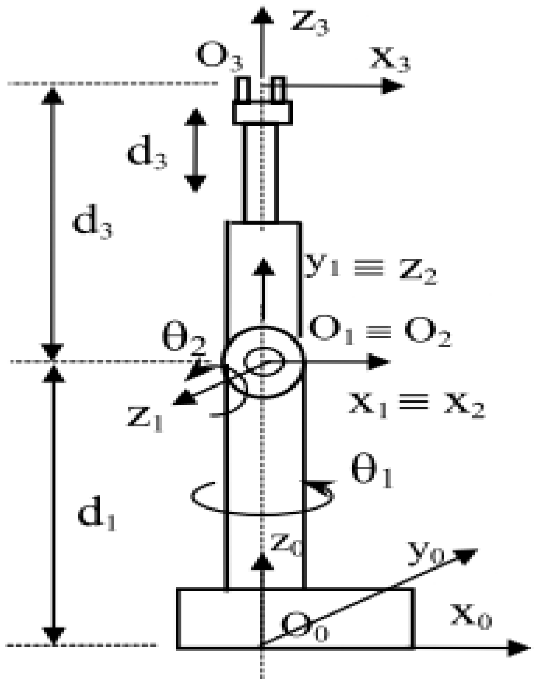
Đặt hệ tọa độ:
Khâu 1 quay quanh trục z0 như hình vẽ,khớp tiếp theo quay trục z1 như hình vẽ , trục z1 đã quay 1 góc 90 quanh ox, alpha=90, x1 vuông góc z0,z1 nên tịnh tiến d=d1, góc khớp là theta1, 2 trục khớp cắt nhau nên a=0.
Khâu 2: góc khớp nên theta2.
khớp 3 là khớp tịnh tiến thay đổi vị trí ban đầu
Vì quay quanh trục oy.

Khâu	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	θ_1^*	90	0	d_1

Thay đổi vị trí ban đầu robot:

Khâu 2: quay quanh trục x góc alpha=-90.
2 trục z cắt nhau nên a=0.;
trục x1 trùng trục x2 nên d=0.

Khâu	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	θ_1^*	90	0	d_1
2	θ_i^*	-90	0	0



Khâu 3 : khớp tịnh tiến nên d là biến
Giả định tọa độ vật có x=z3 trùng
với z2 nên a=0,trục x3 cách trục x2 1
khoảng là biến tịnh tiến.
Alpha=0 vì ko quay theo trục ox.
theta3=0.vì khớp tịnh tiến.

Khâu	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	θ_1^*	90	0	d_1
2	θ_i^*	-90	0	0
3	0	0	0	d_3^*

Khâu	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	θ_1^*	90	0	d_1
2	θ_i^*	-90	0	0
3	0	0	0	d_3^*

$$A_n = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ma trận ${}^2T_3 = A_3$

$${}^1T_3 = A_2 . {}^2T_3$$

$${}^1T_3 = \begin{pmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -S_2*d_3 \\ S_2 & 0 & C_2 & C_2*d_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_3 = A_1 \, . \, {}^1T_3$$

$$T_3 = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & -S_2{*}d_3 \\ S_2 & 0 & C_2 & C_2{*}d_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{matrix} c1c2 & -s1 & -c1s2 & -c1s2d3 \\ s1c2 & c2 & -s1s2 & -s1s2d3 \\ s2 & 0 & c2 & c2*d3+d1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

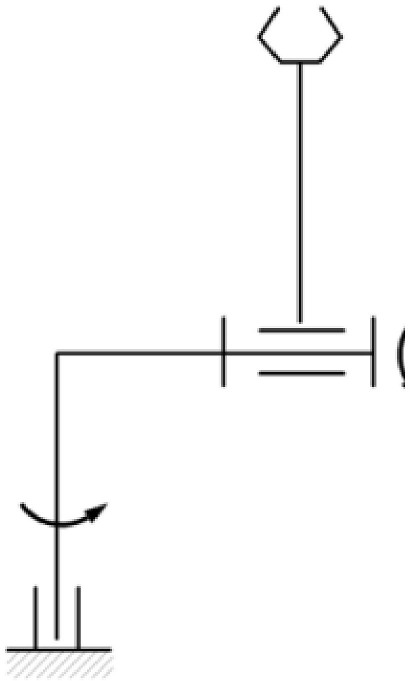
Ta có hệ phương trình động học của robot như sau :

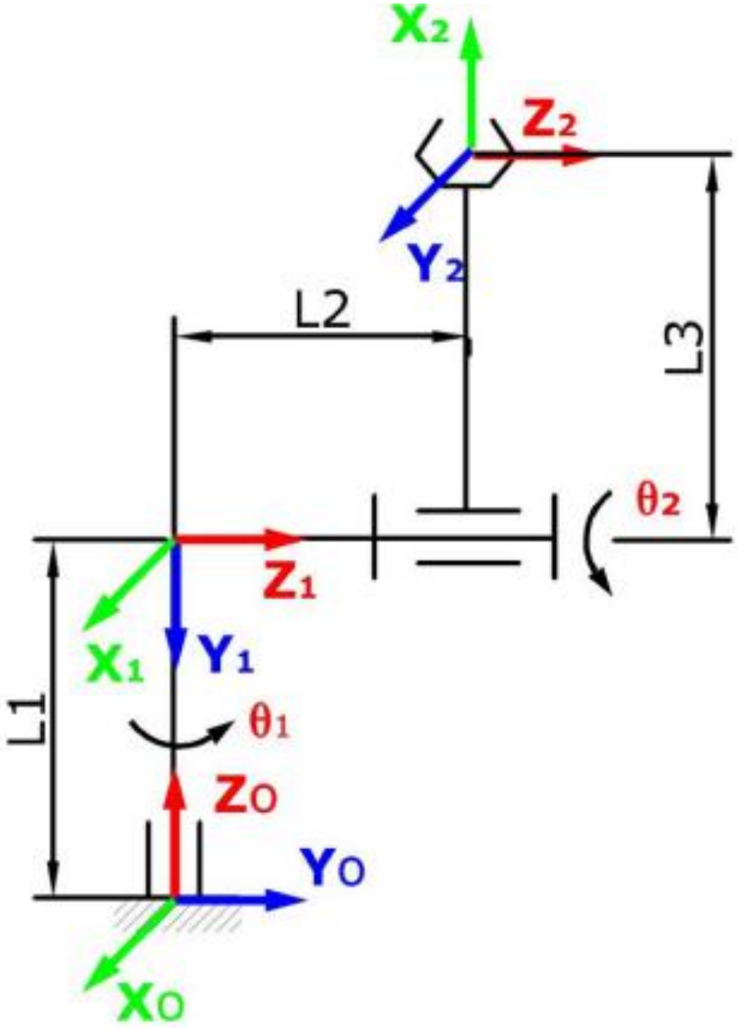
$n_x = C_1C_2;$ $n_y = S_1C_2;$ $n_z = S_2$

$O_x = -S_1;$ $O_y = C_1;$ $O_z = 0;$

$a_x = -C_1S_2;$ $a_y = -S_1S_2;$ $a_z = C_2;$

$p_x = -C_1S_2d_3$ $p_y = -S_1S_2d_3$ $p_z = C_2d_3 + d_1;$





Khớp	a	α	θ	d
1	0	-90	theta1	l1
2	l3	0	theta2	l2

Khớp	a	α	θ	d
1	0	-90	theta1	l1
2	l3	0	theta2	l2

$$^{0}A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{1}A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_3C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & L_3S_2 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{0}T_2 = {}^{0}A_1\,{}^{1}A_2 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -C_1S_2 & -S_1 & L_3C_1C_2 - L_2S_1 \\ S_1C_2 & -S_1S_2 & C_1 & L_3S_1C_2 + L_2C_1 \\ -S_2 & -C_2 & 0 & L_1 - L_3S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài toán động học thuận vị trí:

$$^0T_2 = {}^0A_1\,{}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -C_1S_2 & -S_1 & L_3C_1C_2 - L_2S_1 \\ S_1C_2 & -S_1S_2 & C_1 & L_3S_1C_2 + L_2C_1 \\ -S_2 & -C_2 & 0 & L_1 - L_3S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_x = L_3C_1C_2 - L_2S_1 \qquad p_y = L_3S_1C_2 + L_2C_1 \qquad p_z = L_1 - L_3S_2$$

Bài toán động học thuận là biết $^0q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$ tìm $^0p_2 = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix}$

Động học nghịch vị trí:

Bài toán động học ngược là biết ${}^{0}p_2 = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \end{bmatrix}$ tìm ${}^{0}q = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$ trong đó p_z là thành phần phụ thuộc p_x và p_y vì đây là tay máy 2 bậc tự do.

$${}^{0}A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{0}A_1^{-1} = \begin{bmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & L_1 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{0}T_2 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -C_1S_2 & -S_1 & p_x \\ S_1C_2 & -S_1S_2 & C_1 & p_y \\ -S_2 & -C_2 & 0 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^0T_2 = {}^0A_1\,{}^1A_2 \qquad \Rightarrow \qquad {}^0A_1^{-1}\,{}^0T_2 = {}^1A_2$$

Vậy

$$^0A_1^{-1}\,{}^0T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & C_1p_x + S_1p_y \\ S_2 & C_2 & 0 & L_1 - p_z \\ 0 & 0 & 1 & -S_1p_x + C_1p_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_3C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & L_3S_2 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C_1p_x + S_1p_y = L_3C_2$$

$$-S_1p_x + C_1p_y = L_2$$

$$C_2 = \pm\sqrt{\frac{p_x^2 + p_y^2 - L_2^2}{L_3^2}}$$

Ta tìm được
theta2 =arccosC2

Từ theta2, dựa vào pt 1, ta tìm được theta1.

Như vậy ta đã giải xong bài toán động học ngược vị trí cho robot.

Bài tập :

Viết các phương trình động học vị trí thuận và nghịch của các robot trong phần bài giảng …

THE END

....